

Matematická analýza I cv.

Věta 1. $(A \times C) \cup (B \times D) \subset (A \cup B) \times (C \cup D)$

Proof. $x = (x_1, x_2)$

$(x_1, x_2) \in (A \times C) \cup (B \times D) \Leftrightarrow$ (definice sjednocení)

$\Leftrightarrow [(x_1, x_2) \in (A \times C)] \vee [(x_1, x_2) \in (B \times D)] \Leftrightarrow$ (definice kart. součinu)

$\Leftrightarrow (x_1 \in A \wedge x_2 \in C) \vee (x_1 \in B \wedge x_2 \in D) \Leftrightarrow$ (distributivita)

$\Leftrightarrow [(x_1 \in A \wedge x_2 \in C) \vee (x_1 \in B)] \wedge [(x_1 \in A \wedge x_2 \in C) \vee (x_2 \in D)] \Leftrightarrow$ (distributivita)

$\Leftrightarrow [(x_1 \in A \vee x_1 \in B) \wedge (x_2 \in C \vee x_1 \in B)] \wedge [(x_1 \in A \vee x_2 \in D) \wedge (x_2 \in C \vee x_2 \in D)] \Leftrightarrow^{(asoc.)}$

$\Leftrightarrow (x_1 \in A \vee x_1 \in B) \wedge (x_2 \in C \vee x_1 \in B) \wedge (x_1 \in A \vee x_2 \in D) \wedge (x_2 \in C \vee x_2 \in D) \Rightarrow$

(platí vše součastne)

$\Rightarrow (x_1 \in A \vee x_1 \in B) \wedge (x_2 \in C \vee x_2 \in D) \Leftrightarrow$ (def. sjednoc.)

$\Leftrightarrow (x_1 \in A \cup B) \wedge (x_2 \in C \cup D) \Leftrightarrow$ (def. kart. souč.)

$\Leftrightarrow (x_1, x_2) \in (A \cup B) \times (C \cup D)$

□

Poznámka. Ve větě 1. neplatí rovnost. (Pro kontrapříklad zkus prázdnou množinu.)