

## Algebra II. - Lineární zobrazení - vlastní vektory...

1. Nalezněte vlastní čísla a příslušné vl. vektory pro matici:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 \\ -1 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Buď  $f : A \rightarrow A$  lineární zobrazení. Určete vlastní hodnoty, vl. vektory, nalezněte dimenze jádra a obrazu zobrazení. ( $f$  je defináno předpisem níže.)

(a)  $A = \mathbb{R}^3$ ,  $f((x, y, z)) = (6x + 3y + 4z, -x + y - z, -3x - 2y - z)$

(b)  $A = \mathbb{R}^3$ ,  $f((x_1, x_2, x_3)) = (-x_1 + 2x_3, -2x_1 + x_2 + 2x_3, x_3)$

(c)  $A = \mathbb{R}^4$ ,  $f((x_1, x_2, x_3, x_4)) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4, x_2 + 2x_3 + 3x_4, x_3 + 2x_4, x_4)$

3. Určete spektrum matic:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Nalezněte vlastní vektory matic A až E:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ -4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Ukažte, že matice  $A$  a  $B$  si **nejsou** podobné.

(a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(b)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$