

ALGEBRA II

Vektorové podprostory - příklady k procvičení

1. Ve vektorovém prostoru \mathbb{R}^4 nad \mathbb{R} jsou zadány podprostory

$$\begin{aligned}U &= [(2, -3, 0, 1), (3, 1, -2, 5), (2, -14, 4, -6)] \\W &= [(-1, 4, 2, 3), (4, 2, 0, 9), (2, 10, 4, 15)].\end{aligned}$$

Nalezněte bázi a dimenzi podprostorů U , W , $U + W$ a $U \cap W$.

Poznámka: $[(), ()]$ -lineární obal generátorů vektorového prostoru.

($\dim U = 2$, $\dim W = 2$, $\dim(U + W) = 3$, $\dim(U \cap W) = 1$.)

2. Ve vektorovém prostoru \mathbb{R}^4 nad \mathbb{R} jsou zadány podprostory

$$\begin{aligned}U &= [(1, 2, 0, 2), (1, 2, 1, 2), (3, 1, 3, 1)] \\W &= [(1, 1, 1, 1), (1, -1, 1, -1), (1, 3, 1, 3)].\end{aligned}$$

Nalezněte bázi a dimenzi podprostorů U , W , $U + W$ a $U \cap W$.

Poznámka: $[(), ()]$ -lineární obal generátorů vektorového prostoru.

($\dim U = 3$, $\dim W = 2$, $\dim(U + W) = 3$, $\dim(U \cap W) = 2$.)

3. Nechť U je podprostor vektorového prostoru \mathbb{R}^3 nad \mathbb{R} . Nalezněte souřadnice bodu $x = (6, 9, 14)$ v bázi prostoru U , který je generován vektory

$$U = [(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 3)].$$

($x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$)

4. Nechť je dán vektorový prostor \mathbb{R}^3 nad \mathbb{R} . Určete, zda množina

$$M = \{(a, b, c) : a - 2b + c = 0; \forall a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

tvoří vektorový podprostor vektorového prostoru \mathbb{R}^3 nad \mathbb{R} .

(M je vektorový podprostor \mathbb{R}^3 nad \mathbb{R} .)

5. Nechť \mathcal{F} je vektorový prostor všech reálných funkcí (tj. $f \in \mathcal{F}$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$). Rozhodněte, zda množina $W = \{f \in \mathcal{F} : f(0) = 1\}$ je vektorový podprostor vektorového prostoru \mathcal{F} .

(W není vektorový podprostor \mathcal{F} .)