

Konzultace z Algebry I: Algebraické struktury

1. Rozhodněte, zda je binární operace $\star : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ asociativní a/nebo komutativní.

- (a) $x \star y = \frac{xy}{2}$,
- (b) $x \star y = y$,
- (c) $x \star y = 1$,
- (d) $x \star y = 2y - 3x$.

2. Pro jaké hodnoty koeficientu $\alpha \in \mathbb{R}$ bude binární operace $\circ : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $x \circ y = \alpha x + y$ komutativní a pro jaké asociativní?

3. Rozhodněte, o jakou nejvyšší algebraickou strukturu se jedná.

- (a) $((-1, 1), \cdot)$,
- (b) $(\{-1, 1\}, \cdot)$,
- (c) $(\{-1, 0, 1\}, +)$,
- (d) (\mathbb{R}, \star) , kde $x \star y = \sin(x + y)$,
- (e) (\mathbb{Q}, \circ) , kde $x \circ y = (x^2 + y^2)^{-1}$,
- (f) (\mathbb{S}, \triangle) , kde $x \triangle y = \frac{x+y}{2}$, (\mathbb{S} = celá sudá čísla)
- (g) $(\{1, 2, 4, 24, 57, 106\}, \circ)$, kde $x \circ y = x$,
- (h) $(\mathbb{Z}, \&)$, kde $x \& y = x + y + xy$,
- (i) (\mathbb{Z}, \star) , kde $x \star y = 3$,
- (j) (\mathbb{Q}, \circ) , kde $x \circ y = x + y - 1$,
- (k) (všechny (reálné) polynomy 1. řádu, +).

4. Vymyslete libovolnou algebraickou strukturu (jinou než v předchozím příkladu) a ukažte, o kterou se jedná.