

Klasická pravdepodobnosť - Príklady

1. Aká je pravdepodobnosť, že na kocke padne
 - (a) nepárne (liché) číslo?
 - (b) párne (sudé) číslo?
2. Aká je pravdepodobnosť, že keď z 32 kariet vyberieme 7,
 - (a) práve 3 budú srdcia?
 - (b) práve 1. (alebo 2.) karta bude srdce?
 - (c) aspoň 1 karta bude srdcová?
3. Aká je pravdepodobnosť, že keď hodíme 2x kockou,
 - (a) súčet bude najviac 3?
 - (b) súčet bude aspoň 4 (5)?
4. Majme v klobúku 7 červených a 3 zelené guľičky. Aká je pravdepodobnosť, že vytiahneme z klobúka
 - (a) červenú (pri 1 ťahu)?
 - (b) 2x zelenú, ak ťaháme 2x za sebou a guľičku do klobúka vrátime?
5. Na otvorenie trezoru je potrebné poznať trojčíslicie, pričom na začiatku môže byť aj 0.
 - (a) Aká je pravdepodobnosť otvorenia trezoru, ak vytočíme náhodne 30 rôznych trojčíslic?
 - (b) koľko rôznych náhodne volených trojčíslic musíme vytočiť, aby pravdepodobnosť bola väčšia ako 0,5 (resp. 0,9)?
 - (c) Ak vieme, že na prvom mieste nie je ani 0, ani 9, koľko takto náhodne volených trojčíslic musíme vytočiť, aby pravdepodobnosť bola väčšia ako 0,5 (resp. 0,9)?
 - (d) Ak vieme, že (aspoň) dve číslice v trojčíslí sú rovnaké, koľko takto náhodne volených trojčíslic musíme vytočiť, aby pravdepodobnosť bola väčšia ako 0,5 (resp. 0,9)?
 - (e) Ak vieme, že na 1. a 3. mieste sú rovnaké číslice, koľko takto náhodne volených trojčíslic musíme vytočiť, aby pravdepodobnosť bola väčšia ako 0,5 (resp. 0,9)?
6. Majme výrobky 3 skupín. Konkrétne 200 výrobkov 1. skupiny, 300 2. sk. a 50 3.skupiny. Aká je pravdepodobnosť, že pri jednom ťahu vytiahneme výrobok 3. skupiny.
7. Hádzame 4x mincou, aká je pravdepodobnosť, že aspoň 2x padne hlava.
8. Máme 60 výrobkov, z toho 3 sú vadné, aká je pravdepodobnosť, že vytiahneme práve 2 vadné, ak ťaháme 5 kusov.
9. Máme 8 bielych, 7 červených a 5 zelených kariet, ťaháme (naraz) 4 karty, aká je pravdepodobnosť, že
 - (a) vytiahneme všetky rovnakej farby?
 - (b) vytiahneme každú inej farby?
10. Máme skupinu k -tich ľudí, aká je pravdepodobnosť, že aspoň 2 majú narodeniny v rovnaký deň, ak rok má 365 dní a každý deň v roku má rovnakú pravdepodobnosť.

11. Máme 7 červených a 4 zelené guľičky. Aká je pravdepodobnosť, že v 2. ťahu vytiahneme zelenú guľičku, ak prvá vytiahnutá guľička bola červená (guľičky nevraciamе)?
12. V balíčku s gumovými cukríkami máme 50 kusov. Z toho je 10 kiwi, 10 čučoriedka, 10 pomaranč, 10 jahoda a čerešňa. Katka má silnú alergiu na jahody. Aká je pravdepodobnosť, že bude mať alergickú reakciu, ak vieme, že
 - (a) si vytiahla cukrík úplne náhodne?
 - (b) si vytiahla cukrík červenej farby?
 - (c) si vytiahla cukrík zelenej farby?
13. Náhodný test z dejín umenia sa bude písať za podmienky, že na hodine bude viac ako 60% študentov. V Španielsku v zimnom semestri prší $\frac{1}{10}$ školských dní a $\frac{1}{10}$ dní je sychravo a zima. Pravdepodobnosť, že do školy príde viac ako 60% študentov je v daždivé dni 0,05 (5%), v sychravé 0,4 (40%) a v pekné 0,8 (80%). Aká je pravdepodobnosť, že sa test uskutoční v náhodne vybraný deň?
14. Dva prístroje pracujú tak, že po celý deň musí byť zapnutý aspoň jeden z nich. Prvý prístroj je zapnutý 70% dňa, druhý 65%. Aká je pravdepodobnosť, že v náhodne zvolený čas budú zapojené oba?
15. Telefonujúci zabudol 2 posledné číslice, pamätal si však, že boli rôzne. Aká je pravdepodobnosť,
 - (a) že zvolil správne číslo, ak zvolil 2 rôzne ale úplne náhodne číslice?
 - (b) že sa dovoľá, ak vytočí 10 čísel s náhodne zvolenými (rôznymi) poslednými číslicami?
 - (c) že sa dovoľá, ak vytočí 30 čísel s náhodne zvolenými (rôznymi) poslednými číslicami?
16. V továrni je zapojených 10 žiaroviek. Pravdepodobnosť, že bude svietiť viac ako 1000 hodnín je u každej z nich 0,9. Aká je pravdepodobnosť, že po 1000 hodinách bude svietiť aspoň jedna?
17. Pozorovaný objekt má pravdepodobnosť poruchy 0,3. Objekt je pozorovaný z 2 staníc. Prvá hlási chybnе 2% a druhá 8% hlásení. Aká je pravdepodobnosť toho, že v istom okamihu hlási prvá stanica poruchu a druhá bezporuchovú prevádzku?
18. Diet'a dostalo vrečko s cukríkami, z ktorých bolo 5 žltých a 5 modrých. Diet'a vytiahne naraz 6 z nich. Aká je pravdepodobnosť, že
 - (a) diet'a vytiahne práve 2 modré.
 - (b) diet'a nevytiahne ani jeden žltý.
 - (c) diet'a vytiahne aspoň 2 modré.
19. Aká je pravdepodobnosť, že pri hode 2 kociek padli dve päťky, ak vieme, že súčet je deliteľný 5?
20. Odvod'te pravidlá pre výpočet pravdepodobností $P(A \cup B \cup C)$, $P(A \cup B \cup C \cup D)$ a $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)$.
21. Majme celkom $N + 1$ krabíc, označených $0, 1, \dots, N$, z nich každá obsahuje N bielych a čiernych guľičiek, pričom k -tá krabica, $k = 0, 1, \dots, N$ obsahuje k bielych a $N - k$ čiernych. Z týchto krabíc náhodne vyberieme jednu a z nej vytiahneme 1 guľičku. Aká je pravdepodobnosť, že táto guľička bude biela? (Spočítajte najskôr pre $N = 10$, potom pre akékoľvek N .)
22. Istou chorobou trpí 1% obyvateľstva. Test na zistenie tejto choroby má úspešnosť 95%. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraný človek skutočne danou chorobou trpí, ak jeho test bol pozitívny?
23. Majme 2 rôzne osudia. V prvom máme 13 bielych a 7 čiernych guľí. V druhom 10 bielych a 20 čiernych. Náhodne si vyberieme z ktorého osudia ťaháme a potom vytiahneme 1 guľu. Aká je pravdepodobnosť, že vytiahneme bielu guľu?

24. Hádžeme čiernou a modrou kockou. Aká je pravdepodobnosť, že
- na modrej kocke padne aspoň 4 (jav A).
 - na čiernej kocke padne maximálne 2 (jav B).
 - nastane aspoň jeden z javov A alebo B.
25. Hádžeme 2x kockou. Majme 3 rôzne javy:
 Jav A: na prvej kocke padne 4 (padne 4).
 Jav B: na druhej kocke padne 2 (padne 3).
 Jav C: padne súčet 6 (súčet 3).
- Spočítajte pravdepodobnosti javov A , B a C .
 - Spočítajte pravdepodobnosti javov $A \cap B$, $A \cap C$ a $B \cap C$.
 - Rozhodnite, či sú javy A , B a C po dvoch závislé.
26. V osudí je 20 čiernych a 10 bielych guľčiek. Ťaháme 7x za sebou a guľe vraciame naspäť. Aká je pravdepodobnosť, že
- vytiahneme práve 5 bielych?
 - vytiahneme práve k bielych?
 - vytiahneme aspoň 5 bielych?
27. Čísllice 1, 2, 3, 4, 5 sú napísané na piatich lístkoch. Náhodne vyberieme 3 lístky a uložíme vedľa seba v poradí, v akom sme ich vybrali. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že takto vzniknuté trojčiferné číslo bude deliteľné 2.
28. Medzi 10 dobrých výrobkov bolo omylom primiešaných 5 chybných (dokopy 15 výr.). Náhodne vyberieme 3 výrobky. Aká je pravdepodobnosť, že
- všetky tri budú dobré?
 - práve 1 bude chybný?
 - aspoň jeden je chybný?
29. Kocku, ktorá má nafarbené všetky steny, rozpíšime na 1000 kociek rovnakých rozmerov. Všetky pomiešame a náhodne vyberieme 1 kocku. Vypočítajte, aká je pravdepodobnosť, že kocka bude mať
- jednu zafarbenú stenu,
 - dve zafarbené steny,
 - tri zafarbené steny,
 - ani jednu zafarbenú stenu.
30. Chlapec sa hrá s písmenami: A, A, A, E, I, K, M, M, T, T. Aká je pravdepodobnosť, že pri náhodnom zložení písmen dostane slovo MATEMATIKA?
31. Aká je pravdepodobnosť, že meteor padne na tú časť zemegule, kde je pevnina, keď vieme, že 149 mil. km^2 povrchu Zeme je pevnina a 361 mil. km^2 je more?
32. Hodiny, ktoré neboli v stanovenú dobu natiahnuté, sa po určitom čase zastavia. Aká je pravdepodobnosť, že sa veľká ručička zastaví medzi šestkou a deviatkou?
33. Tyč dĺžky $d = 10cm$ je náhodnerozlomená na dve časti. Aká je pravdepodobnosť toho, že menšia časť bude mať dĺžku väčšiu ako 4cm?

34. Dve osoby majú rovnakú možnosť prísť na dohovorené miesto v ktorejkoľvek chvíli medzi dvanástou a trinástou hodinou. Doby príchodov oboch osôb sú zájomne nezávislé. Ten, kto príde na dohodnuté miesto prvý, čaká 20 minút a potom odíde. Určte aká je pravdepodobnosť, že sa osoby stretnú.
35. Dve dodávky dovážajú tovar do toho istého skladu v šesťhodinovom intervale 12 hodín. Časy príchodov dodávok sú vzájomne nezávislé. Prvý automobil čaká na vyloženie tovaru 1 hodinu (od príchodu), druhý 2 hodiny. Vypočítajte aká je pravdepodobnosť, že jeden z automobilov bude musieť čakať na ten druhý.
36. Traja športovci hádzku oštep nezávisle jeden od druhého. Prvý prekoná hranicu 80 metrov priemerne v 80% hodoch, druhý v 70% a tretí 50% hodoch. Každý z nich vykoná jeden hod. Aká je pravdepodobnosť, že aspoň 1x bude prekonaná hranica 80m.?
37. Je známe, že prvá skupina študentov vyrieši úlohu s pravdepodobnosťou $2/5$ a druhá s pravdepodobnosťou $1/3$. Každá skupina sa snaží úlohu nezávisle vyriešiť. Určte s akou pravdepodobnosťou bude úloha vyriešená.
38. Dvaja športoví strelci strieľajú nezávisle jeden od druhého na ten istý cieľ, každý po 1 strele. Pravdepodobnosť zásahu je u prvého 0,9 a u druhého 0,8. Vypočítajte pravdepodobnosť, že cieľ ostane nezasiahnutý.
39. Športovec 3x nezávisle vystrelí na cieľ pravdepodobnosť zásahov je postupne 0,5, 0,6, 0,8. Nájdite pravdepodobnosť toho, že
- v ciele bude práve 1 zásah,
 - v ciele bude aspoň jeden zásah.
40. Štatisticky je overené, že z 1000 novorodencov je 515 chlapcov a 485 dievčat. Určte aká pravdepodobnosť, že medzi 4 po sebe narodenými deťmi budú
- prví dvaja chlapci a ďalšie 2 dievčatá,
 - práve dvaja chlapci.
41. Pri športovej streľbe si pretekár náhodne volí 1 zo 4 pušiek. Pravdepodobnosti jeho zásahov pri jednotlivých puškách sú postupne 0,6, 0,7, 0,8 a 0,9. Aká je pravdepodobnosť zásahu pri jedinom výstrele?
42. Z ponorky boli na cieľ vystrelené 4 nezávislé strely. Pravdepodobnosť zásahu cieľa je pre každý výstrel 0,3. Pre zničenie cieľa stačia 2 zásahy a pri jednom zásahu je cieľ zničený s pravdepodobnosťou 0,6. Aká je pravdepodobnosť zničenia cieľa?
43. Vo firme je zamestnaných 45% mužov a 55% žien. Z toho 5% mužov a 1% žien je vyšších ako 180 cm. Náhodne vybraná osoba má viac ako 180cm aká je pravdepodobnosť, že je to žena?

Použitá Literatúra

- [1] R. Potocký, J. Kalas, J. Komorník, F. Lamoš, and M. Chvíla. *Zbierka úloh z pravdepodobnosti a matematickej štatistiky*. Edícia matematicko-fyzikálnej literatúry. Alfa, 1991.
- [2] Z. Riečanová a kol.. *Numerické metódy a matematická štatistika*. Alfa Bratislava, 1987.
- [3] M. Budíková. *Sbírka příkladů z teorie pravděpodobnosti*. Univerzita J.E. Purkyně (Brno), 1986.
- [4] P. Hebák and J. Kahounová. *Počet pravděpodobnosti v příkladech*. Informatorium, 1994.

Výsledky:

1. (a) $1/2$ (b) $1/2$
2. (a) $\frac{\binom{8}{3}\binom{24}{4}}{\binom{32}{7}} \approx 0,1768$ (b) $1/4$ (c) $1 - \frac{\binom{24}{7}}{\binom{32}{7}} \approx 0,897$
3. (a) $1/12$ (b) $11/12$ ($5/6$)
4. (a) $7/10$ (b) $9/100$
5. (a) $0,03$ (b) 501 nebo víc (901) (c) 401 nebo víc (721) (d) >140 (252) (e) >50 (90)
6. $1/11$
7. $11/16 = 0,6875$
8. $\approx 0,01607$
9. (a) $\approx 0,0227$ (b) 0
10. $1 - \frac{365!}{(365-k)! 365^k}$
11. $4/10$
12. (a) $1/5$ (b) $1/2$ (c) 0
13. $0,685$
14. $0,35$
15. (a) $1/90$ (b) $1/9$ (c) $1/3$
16. $1 - 0,1^{10}$
17. $\approx 0,0364$
18. (a) $5/21 \approx 0,238$ (b) 0 (c) $41/42 \approx 0,9762$
19. $1/7$
20. :)
21. $1/11 \left(\frac{1}{N+1}\right)$
22. $\approx 0,161$
23. $59/120 \approx 0,491666667$
24. (a) $1/2$ (b) $1/3$ (c) $2/3$
25. (a) $P(A) = 1/6$ $P(B) = 1/6$ $P(C) = 5/36$ ($P(C)=1/18$)
(b) $P(A \cap B) = 1/36$ $P(A \cap C) = 1/36$ $P(B \cap C) = 1/36$ (0, $1/36$, $1/36$)
(c) A, B - nezávislé, C je závislé

Na zvyšku úloh sa pracuje :D :D :D