

## Kombinatorika

**0.1 Definice** Necht'  $k, n \in \mathbf{N}$ ,  $k \leq n$  a  $X$  je  $n$ -prvková množina. *Kombinace  $k$ -té třídy z  $n$  prvků* jsou  $k$ -prvkové podmnožiny množiny  $X$ .

**0.2 Lemma** *Všech kombinací  $k$ -té třídy z  $n$  prvků je*

$$C_k(n) = \binom{n}{k}$$

**0.3 Definice** Necht'  $k, n \in \mathbf{N}$ ,  $k \leq n$  a  $X$  je  $n$ -prvková množina. *Kombinace s opakováním  $k$ -té třídy z  $n$  prvků* jsou  $k$ -prvkové množiny prvků z  $X$  (bez ohledu na uspořádání), v nichž se každý prvek může opakovat až  $k$ -krát.

**0.4 Lemma** *Všech kombinací s opakováním  $k$ -té třídy z  $n$  prvků je*

$$C'_k(n) = \binom{n+k-1}{k}$$

**0.5 Definice** Necht'  $n \in \mathbf{N}$ . Každá uspořádaná  $n$ -tice utvořená z daných  $n$  různých prvků se nazývá *permutace* těchto prvků.

**0.6 Lemma** *Všech permutací  $n$  prvků je*

$$P(n) = n!$$

**0.7 Definice** Necht'  $n, n_1, n_2, \dots \in \mathbf{N}$ . Každá uspořádaná  $n$ -tice utvořená z daných  $n$  různých prvků, kdy se první prvek objevuje  $n_1$ -krát, druhý prvek  $n_2$ -krát atd., se nazývá *permutace s opakováním* těchto prvků.

**0.8 Lemma** *Počet všech různých takových  $n$ -tic je*

$$P'_{n_1 n_2 \dots}(n) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots}$$

**0.9 Definice** Necht'  $k, n \in \mathbf{N}$ ,  $k \leq n$ . *Variacemi  $k$ -té třídy z  $n$  různých prvků* nazýváme uspořádané  $k$ -tice z daných  $n$  prvků.

**0.10 Lemma** *Všech variací  $k$ -té třídy z  $n$  prvků je*

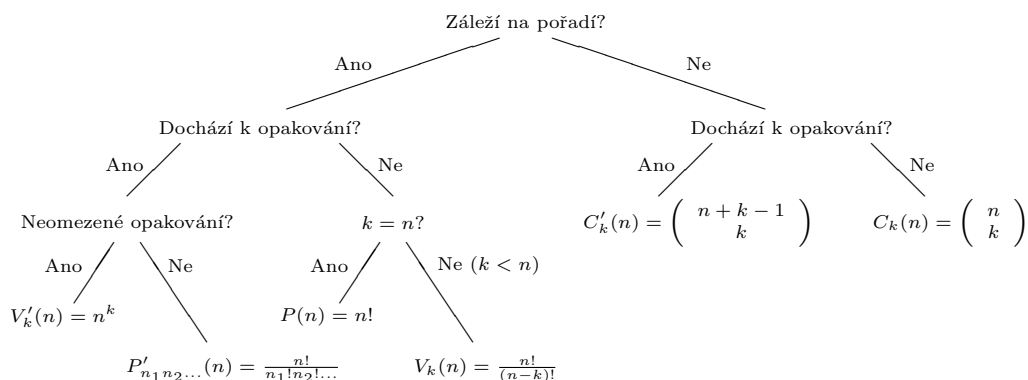
$$V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

**0.11 Definice** Necht'  $k, n \in \mathbf{N}$ ,  $k \leq n$ . *Variace s opakováním  $k$ -té třídy z  $n$  prvků* jsou uspořádané  $k$ -tice z  $n$  daných prvků, v nichž se každý prvek může opakovat až  $k$ -krát.

**0.12 Lemma** *Všech variací s opakováním  $k$ -té třídy z  $n$  prvků je*

$$V'_k(n) = n^k$$

## Schéma



## Příklady

V sáčku máme 6 různých kuliček očíslovaných od 1 do 6. Kolika způsoby můžeme vytáhnout

1. najednou 3 kuličky (nezajímá nás tedy pořadí a žádné číslo se nemůže opakovat)?  $[C_3(6) = 20]$
2. 3 z nich, když je budeme tahat po jedné a taženou tam před dalším tahem vrátíme (nezajímá nás pořadí)?  $[C'_3(6) = 56]$
3. všechny kuličky, když je taháme po jedné a zajímá nás pořadí?  $[P(6) = 720]$
4. uspořádanou 6-tici, ve které je jednička dvakrát, dvojka dvakrát a trojka dvakrát (taženou kuličku před dalším tahem vrátíme)?  $[P'_{2,2,2,0...}(6) = 90]$
5. uspořádanou trojici, jestliže tam taženou kuličku již nevracíme?  $[V_3(6) = 120]$
6. uspořádanou trojici, jestliže taženou kuličku před dalším tahem vrátíme (může docházet k opakování)?  $[V'_3(6) = 216]$