

Analytická geometrie

2 + 2, 2 + 2

1. Afinní prostor.

Definice, vlastnosti. Početní operace s body a vektory a jejich vlastnosti. Báze a dimenze. Repér, afinní soustava souřadnic. Transformace afinních souřadnic.

2. Podprostory afinního prostoru.

Podprostory afinních prostorů a jejich analytická vyjádření – konkretizace pro přímku, rovinu, nadrovinu. Vyjádření podprostorů (obecnými) rovnicemi.

3. Vzájemná poloha afinních podprostorů.

Incidence, rovnoběžnost, různoběžnost a mimoběžnost podprostorů. Vyšetřování vzájemné polohy podprostorů s využitím parametrických i neparimetrických rovnic. Příčky mimoběžných podprostorů.

4. Svazky a trsy nadrovin.

Definice, vlastnosti, příklady. Podmínka nutná a postačující pro tři (čtyři) nadroviny náležející témuž svazku (trsu). Vzájemná poloha tří rovin v A_3 . Diskuze vzájemné polohy dvou přímek v A_3 s využitím svazků a trsů.

5. Podmnožiny podprostorů afinního prostoru.

Lineární kombinace bodů; body lineárně závislé a nezávislé. Dělicí poměr, relace „mezi“. Úsečka, otevřený a uzavřený poloprostor (polopřímka). Vrstva, klín (úhel). Konvexní množiny, konvexní obal množin, mnohostěn (mnohoúhelník), simplex (trojúhelník, čtyřstěn).

6. Eukleidovský prostor.

Základní vlastnosti unitárních prostorů. Definice a vlastnosti eukleidovského prostoru. Kartézská soustava souřadnic. Transformace afinních souřadnic.

7. Kolmost a odchylka eukleidovských podprostorů

Kolmost a totální kolmost vektorových podprostorů. Kolmost a totální kolmost eukleidovských podprostorů. Odchylky geometrických útvarů.

8. Vzdálenost eukleidovských podprostorů

Velikost úsečky, vzdálenost bodů. Trojúhelníková nerovnost. Vzdálenost geometrických útvarů. Vzdálenost bodu od podprostoru, spec. od nadroviny a od přímky. Vzdálenost dvou rovnoběžných a mimoběžných podprostorů.

9. Objem rovnoběžnostěnu a simplexu.

Vektorový a smíšený součin; zobecnění vektorového a smíšeného součinu. Geometrický význam vektorového a smíšeného násobení. Obsah rovnoběžníku a trojúhelníku. Objem rovnoběžnostěnu a čtyřstěnu. Využití vektorového součinu pro určení vzdálenosti bodu od přímky, vzdálenosti dvou mimoběžek apod.

10. Afinní zobrazení

Geometrická zobrazení – základní pojmy. Afinní zobrazení – definice vlastnosti, analytické vyjádření. Věta o určenosti afinního zobrazení.

11. Afinní transformace

Afinní transformace – definice vlastnosti, analytické vyjádření. Samodružné prvky. Grupa afinních transformací.

12. Základní afinity

Základní afinity – algoritmus určení analytického vyjádření. Věta o rozkladu afinního zobrazení na základní afinity. Osová afinita v rovině – definice, vlastnosti.

13. Shodná zobrazení a shodné transformace

Shodné zobrazení a transformace – definice vlastnosti, analytické vyjádření. Samodružné prvky. Grupa shodných transformací.

14. Shodnosti v E_2

Shodné transformace v E_2 . Shodnosti přímé a nepřímé. Klasifikace na základe počtu samodružných prvků.

15. Shodnosti v E_3

Shodné transformace v E_3 . Shodnosti přímé a nepřímé. Klasifikace.

16. Podobná zobrazení a podobné transformace

Podobné zobrazení a transformace – definice, vlastnosti, analytické vyjádření. Samodružné prvky. Grupa podobných transformací. Stejnolehlost – definice, vlastnosti, analytické vyjádření.

17. Projektivní prostor.

Projektivní prostor a jeho podprostory. Průniky a spojení. Soustava souřadnic v projektivním prostoru. Přechod od projektivního prostoru k afinnímu a naopak.

18. Princip duality v projektivním prostoru.

Duální projektivní prostor. Princip duality. Konkrétní příklady v P_2 a P_3

19. Dvojpoměr čtyř bodu, resp. čtyř nadrovin.

Dvojpoměr čtyř bodu na přímce/čtyř nadrovin ve svazku, harmonická čtveřice, úplný čtyřroh. Promítání a dělicí poměr, resp. dvojpoměr, Pappova věta.

20. Projektivní zobrazení.

Projektivní zobrazení a projektivní transformace. Definice a základní vlastnosti, analytické vyjádření. Věta o určenosti projektivity. Hledání samodružných bodu a samodružných nadrovin. Afinní kolineace projektivního prostoru.

21. Středová kolineace.

Definice středové kolineace. Základní vlastnosti. Samodružné body a přímky. Osová afinita, stejnoolehlost, translace jakožto speciální případy středové kolineace v rovině. Středová kolineace mezi dvěma rovinami.

22. Kruhová a sférická inverze.

Definice. Základní vlastnosti. Analytické vyjádření. Samodružné útvary. Věta o rozkladu kruhové inverze na dvě stereografické projekce. Grupa sférických transformací.

23. Kvadriky v projektivním prostoru.

Definice kvadriky. Popis kvadriky v projektivním prostoru. Kvadriky regulární a singulární. Polárně konjugované body; singulární a regulární body kvadriky. Pól a polární nadrovina. Tečna, tečná nadrovina kvadriky.

24. Projektivní klasifikace kvadrik.

Polární simplex, normální rovnice kvadriky. Věta o tvořících podprostorech kvadriky. Klasifikace kuželoseček v P_2 a kvadrik v P_3 .

25. Kvadriky v afinním prostoru.

Popis kvadriky v afinním prostoru. Střed kvadriky; kvadriky středové a nestředové. Průměrové nadroviny kvadriky. Asymptotické nadroviny kvadriky.

26. Afinní klasifikace kvadrik.

Kvadriky eliptického, parabolického a hyperbolického typu. Afinní kanonická rovnice kvadriky a algoritmus převodu obecné rovnice na kanonický tvar. Afinní normovaná rovnice kvadriky.

Klasifikace kuželoseček v A_2 a kvadrik v A_3 .

27. Kvadriky v eukleidovském prostoru a jejich metrická klasifikace.

Hlavní směry kvadriky. Osové nadroviny, osy a vrcholy kvadriky. Zobecněné kulové plochy. Klasifikace kuželoseček v E_2 a kvadrik v E_3

28. Kružnice v E_2 a E_3 .

Definice, základní vlastnosti. Parametrické a implicitní vyjádření. Vzájemná poloha přímky a kružnice – tečna, polára. Vzájemná poloha dvou kružnic – chordála dvou kružnic. Mocnost bodu ke kružnici.

29. Kulová plocha

Definice, základní vlastnosti. Parametrické a implicitní vyjádření. Vzájemná poloha přímky a kulové plochy. Vzájemná poloha roviny a kulové plochy – tečná a polární rovina. Vzájemná poloha dvou kulových ploch – potěční rovina dvou kulových ploch.

30. Elipsa

Definice, základní vlastnosti. Analytické vyjádření. Vzájemná poloha přímky a elipsy, tečna elipsy. Ohniskové větvy. Trojúhelníková a proužková konstrukce elipsy. Oskulační kružnice.

31. Hyperbola a parabola

Definice, základní vlastnosti. Analytické vyjádření. Vzájemná poloha přímky a hyperboly, popř. paraboly, tečna, asymptoty. Ohniskové větvy.

32. Společné vlastnosti elipsy, hyperboly a paraboly

Jednotný přístup k elipse, parabole a hyperbole pomocí společné množinové definice. Řezy na kuželové ploše, kvadratické křivky. Klasifikace křivek vzniklých průnikem kuželové plochy a roviny.

33. Kuželosečky jako kvadratické křivky

Definice kuželosečky, kuželosečky regulární a singulární – konkrétní příklady. Klasifikace kuželoseček, určení kanonické rovnice kuželosečky. Geometrický význam kanonické rovnice.

34. Kvadriky

Rotační kvadriky a obecné regulární kvadriky v základní poloze – definice, vlastnosti, analytické vyjádření. Přímkové kvadriky. Kvadriky jako algebraické plochy druhého stupně. Klasifikace kvadrik, určení kanonické rovnice kvadriky.

- M. Sekanina a kol., Geometrie I, II, Státní pedagogické nakladatelství Praha 1986, 1988.
- Boček, L., Šedivý, J.: Grupy geometrických zobrazení. SPN, Praha 1980.
- Martin, G. E.: Geometric Constructions. Springer, New York 1998.
- Coxeter, H. S. M.: The Real Projective Plain. Springer, New York 1993.
- Lávička, M.: Geometrie 1. Základy geometrie v rovině. ZCU, Plzeň 2002.
- K. Burian, Geometrie I, skriptum PFO, Ostrava 1984.
- E. Peschl, Analytická geometrie a lineární algebra, Praha 1971.
- V. Havel, J. Holenda, Lineární algebra, SNTL/ALFA, Praha 1984.
- B. Budínský, Analytická a diferenciální geometrie, SNTL, Praha 1983.
- J. Janyška, A. Sekaninová, Analytická teorie kuželoseček a kvadrik, skripta MU, Brno 1996.
- P. Horák, J. Janyška, Analytická geometrie, skripta MU, Brno 1997.
- Boček, L., Kočandrle, M.: Geometrie I., UK Praha 1982
- Čižmár, J.: Grupy geometrických transformací. Alfa, Bratislava 1984.
- Sekanina, M. a kol.: Geometrie I. SPN, Praha 1986.
- Boček, L., Šedivý, J.: Grupy geometrických zobrazení. SPN, Praha 1980.
- Stillwell, J.: Mathematics and Its History. Springer, New York 1991.
- J. Jachanová, L. Marková, H. Žáková, Cvičení z geometrie I, skriptum UP, Olomouc 1991.
- Janyška, J., Geometrie 3 (Lineární zobrazení, Afinní zobrazení, Shodná a podobná zobrazení, Kruhová zobrazení) MU, <http://www.math.muni.cz/~janyska/skripta.html>
- Sedlár V., Afinní zobrazení, Shodná zobrazení, Podobná zobrazení <http://homepages.math.slu.cz/VladimirSedlar/AnalytickaGeometrie.html>
-