

Posloupnosti 2

Najděte čísla $a, b \in \mathbb{R}$, tak aby platilo:

$$\textcircled{1} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 2}{an^2 + 3} = 5$$

$$\textcircled{2} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{n + 1} - an - b = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} - an - b = 0$$

$$\textcircled{4} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{(n+a)(n+b)} - n = 1$$

za použití rovnosti $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x \quad \forall x \in \mathbb{R}$,
spočítejte:

$$\textcircled{5} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$$

$$\textcircled{6} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2}{n^2 + 1}\right)^{n^2}$$

$$\textcircled{7} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{-n}$$

Spočítejte:

$$\textcircled{8} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{2n+1}{n^2} \right) =$$