X, Y množiny

$$X \setminus Y = \{x \in X \mid x \notin Y\}$$

X, Y množiny, $Z \subset X \times Y$ s vlastností
$\forall x \in X \ \exists! \, y \in Y$ takové, že $(x, y) \in Z$

Graf zobrazení $\operatorname{Gr} f$
Definiční obor $\operatorname{Dom} f$
Obor hodnot $\operatorname{Codom} f$

$f : X \longrightarrow Y \qquad (x, y) \in \operatorname{Gr} f \ \ldots\ldots \ y = f(x)$

$id_X : X \longrightarrow X \qquad \operatorname{Gr} id_X = \{(x, x), x \in X\}$

$id_X(x) = x$

$X = \{a, b, c\} \qquad id_X : X \longrightarrow X$

$\operatorname{Gr} id_X = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$.

$f(a) = a, \ f(b) = b, \ f(c) = c$

$Y \subset X \quad i : Y \longrightarrow X \qquad \operatorname{Gr} i = \{(y, y) \in Y \times X \mid y \in Y\}$

kanonické vložení Y do X. $\qquad i(y) = y$

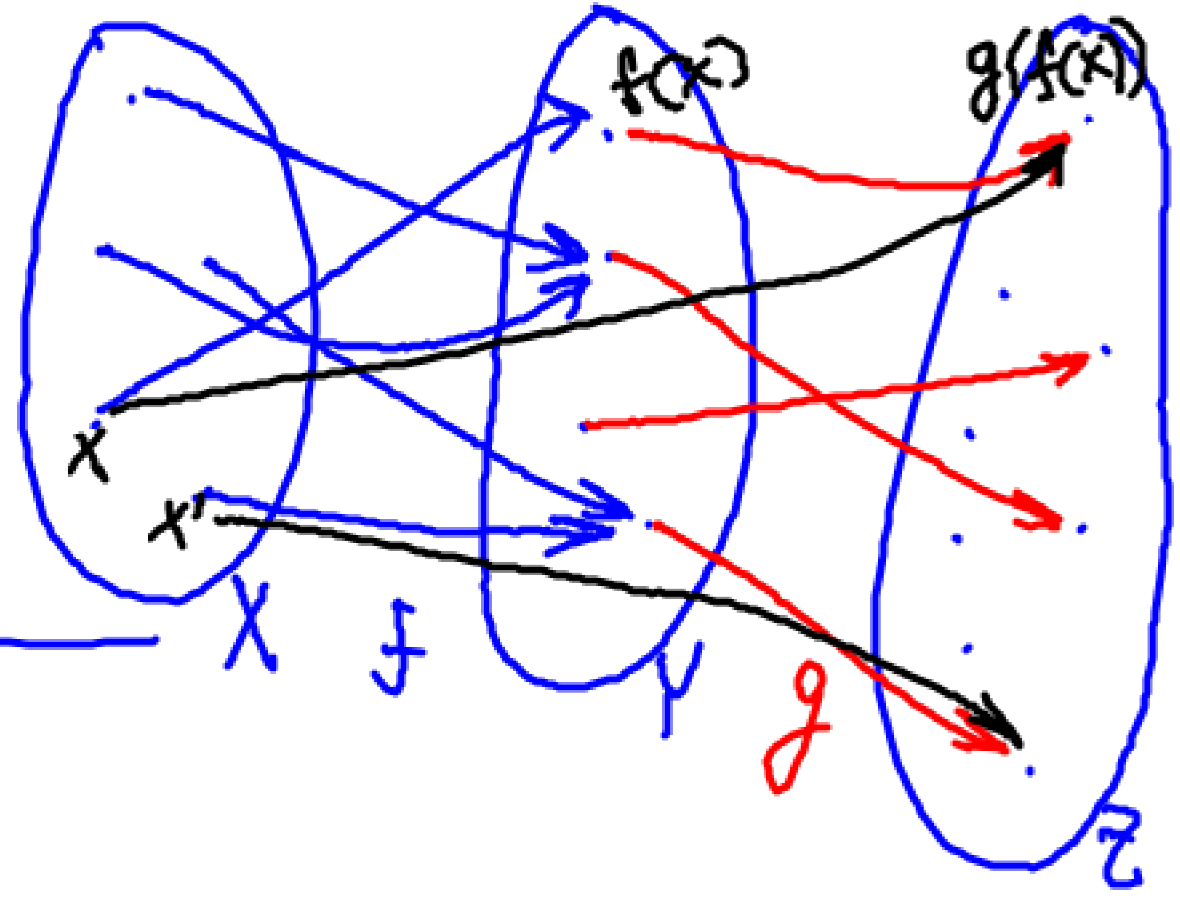
$Y = \{a, c\} \qquad i : Y \longrightarrow X$

$i(a) = a, \ i(c) = c$

$$f: X \longrightarrow Y, \quad g: Y \longrightarrow Z$$

$$g \circ f: X \longrightarrow Z$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$



$$f: X \longrightarrow Y, \quad X' \subset X$$

$$f|_{X'}: X' \longrightarrow Y$$

$$f|_{X'} = f \circ i$$

$$f|_{X'}(x') = f(\overset{i}{\mathrm{id}_{X'}}(x')) = f(x')$$

$$X = \{a, b, c\} \qquad Y = \{e, d\}$$

$$X' = \{a, b\}$$

$$f: \begin{array}{l} a \longmapsto e \\ b \longmapsto e \\ c \longmapsto d \end{array}$$

$$f|_{X'} = f \circ i$$

$$f|_{X'}: X' \longrightarrow Y \qquad \begin{array}{l} a \longrightarrow e \\ b \longrightarrow e \end{array}$$

X množina $\quad \exp X$

$c : \exp X \longrightarrow \exp X$

$Y \subset X \quad c(Y) = X \setminus Y$

$Y \in \exp X$

$X = \{a, b, c, d\}$

$c(\{a, b\}) = \{a, b, c, d\} \setminus \{a, b\} = \{c, d\}$

$c(\{b\}) = \{a, c, d\}$

$u : \exp X \times \exp X \longrightarrow \exp X$

$Y, Z \subset X \quad u(Y, Z) = Y \cup Z$

$u(\{a, c\}, \{c, d, a\}) = \{c, d, a\}$

$u(\{b, d\}, \emptyset) = \{b, d\}$

Věta 1.3 $f: X \longrightarrow Y$, $g: Y \longrightarrow Z$, $h: Z \longrightarrow U$

platí

$$\underline{h \circ (g \circ f)} = \underline{(h \circ g) \circ f}.$$

Důkaz

$$\underline{\big(h \circ (g \circ f)\big)}(x) = h\big((g \circ f)(x)\big) = h\big(g(f(x))\big)$$

$$\big((h \circ g) \circ f\big)(x) = (h \circ g)\big(f(x)\big) = h\big(g(f(x))\big)$$

$f: X \longrightarrow Y$

$\forall y \in Y$ existuje $x \in X$ takové, že $f(x) = y$

f je surjektivní

$\forall y \in Y$ existuje nejvýše jedno $x \in X$ takové, že $f(x) = y$

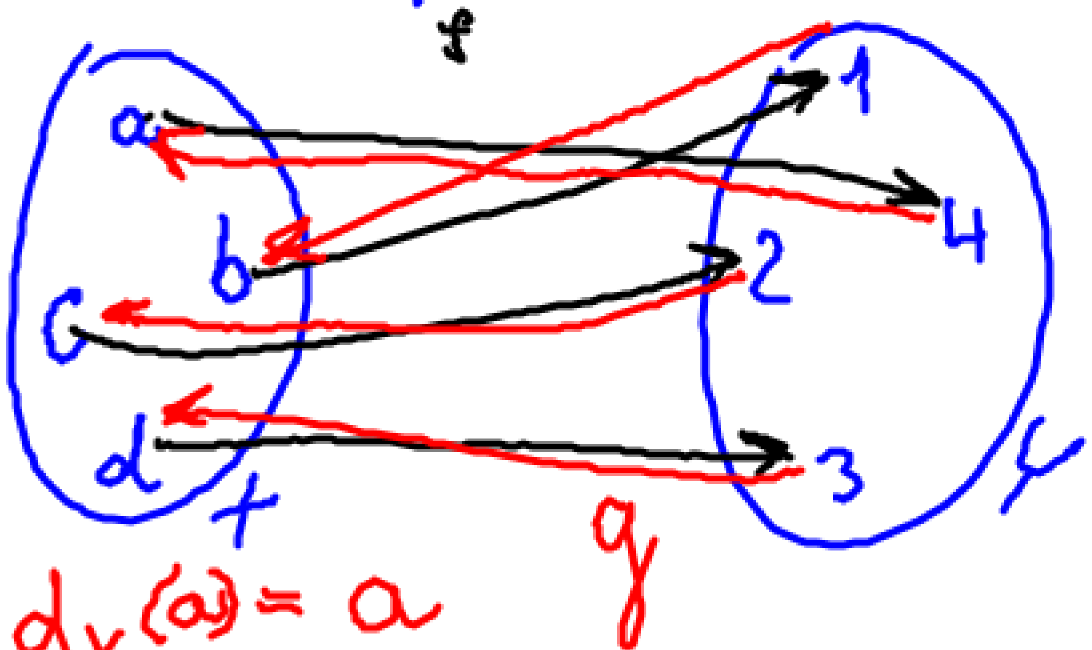
f je injektivní

$\forall y \in Y$ existuje právě jedno $x \in X$ takové že $f(x) = y$

bijektivní

$f: X \longrightarrow Y$, $g\ Y \longrightarrow X$ řekneme, že

g je inverzní k f



- $f \circ g = id_Y$

  $g \circ f = id_X$

$(g \circ f)(a) = g(\underbrace{f(a)}_{4}) = id_X(a) = a$

Věta 1.4 Každé zobrazení má nejvýše jednu inverzi

Důkaz $f: X \to Y$, $g_1, g_2: Y \to X$ dvě jeho inverze

$$g_1 = g_1 \circ id_Y = g_1 \circ (f \circ g_2) =$$

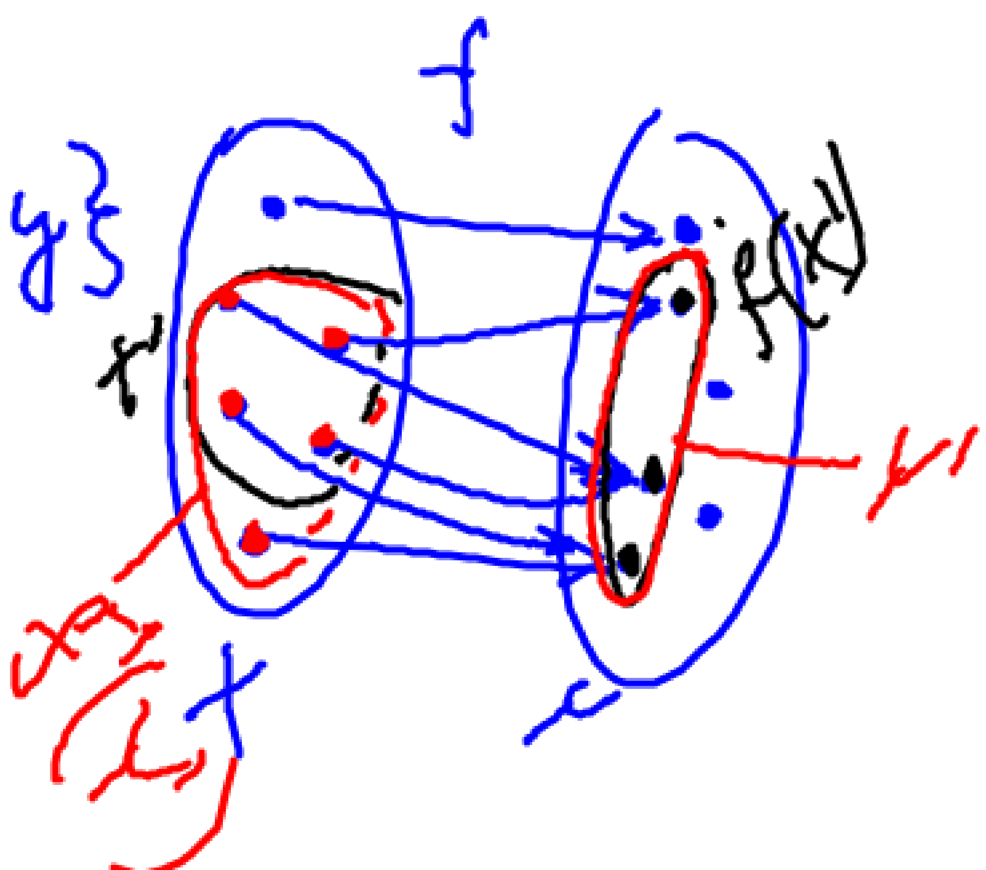
$$= (g_1 \circ f) \circ g_2 = id_X \circ g_2 = g_2$$

$f: X \to Y \qquad f^{-1}: Y \to X$

$f: X \to Y \qquad X' \subset X, \; Y' \subset Y$

$f(X') = \{y \in Y \mid \exists x \in X' \; f(x) = y\}$

obraz množiny X' $= \{f(x) \mid x \in X'\}$



$f^{-1}(Y') = \{x \in X \mid f(x) \in Y'\}$

vzor množiny Y'

$\operatorname{Im} f = f(X)$ obraz zobrazení f

Relace X množina, $Z \subset X \times X$

$Gr * = Z$ $\quad (x,y) \in Z$

$Gr *$

$x * y$