

Zápočtové příklady z matematické analýzy II

kombinované studium - letní semestr 2011

1. Je zadána funkce $f : X \rightarrow Y$. Rozhodněte, zda platí následující implikace:

(a) Funkce f je spojitá v $x \in X \Rightarrow f$ je v x diferencovatelná.

(b) Funkce f je diferencovatelná v $x \in X \Rightarrow f$ je v x spojitá.

Pokud ne, uveďte protipříklad.

2. Určete průběh funkce $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadané předpisem $g(x) = 2x^3 - 5x + 7$.

3. Rozveďte funkci $h(x) = \sin(2x)$ v MacLaurinovu řadu (Taylorova řada se středem v bodě $x_0 = 0$).

4. Zderivujte funkce:

(a) $f(x) = \frac{\alpha \cdot x^\beta + \gamma}{\delta \cdot e^{\varepsilon \cdot x}}$, kde $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ a ε jsou konstanty;

(b) $f(x) = \sin\left(\ln\left(\left(\frac{x}{2}\right)^3\right)\right)$.

5. Pomocí L'Hospitalova pravidla vypočtete limitu:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(2x)}{x^2 - \pi^2}.$$

6. Zintegrujte racionální funkci pomocí rozkladu na parciální zlomky:

$$\int \frac{2x^3 + 6}{(x^2 - x)(x + 3)} dx.$$

7. Vypočtete integrál metodou Per Partes:

$$\int e^x \cdot \cos x \, dx.$$

8. Zintegrujte funkci pomocí vhodné substituce:

$$\int \frac{\sin x}{\cos x} \, dx.$$

9. Vypočtete obsah plochy ohraničené křivkami $k(x) = x^2 + 1$, $l(x) = 3 - x$.

10. Vypočtete určité integrály:

(a) $\int_{-2}^3 (\alpha x^\beta + \gamma) \, dx$, kde α, β a γ jsou konstanty;

(b) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sin(3x)}{3} \, dx$.