

VYBRANÉ PARTIE Z MATEMATICKÉ ANALÝZY  
Kombinované studium - zápočtové příklady  
Letní semestr 2002

## Křivkové a plošné integrály

1. Vypočtete křivkový integrál

$$\int_{\gamma} (x + y)dx + xydy,$$

kde  $\gamma$  je tvořena obloukem paraboly o rovnici  $x = y^2$  spojující body  $A = [1, -1]$ ,  $B = [4, 2]$  a úsečkou spojující stejné body. Orientaci křivky  $\gamma$  si zvolte.

2. Pomocí Stokesovy věty vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} 2xzdx + 4xydy + 3xydz,$$

kde  $\gamma$  je hranice roviny  $3x + 2y + 4z = 12$  v prvním oktantu. Uvažujte orientaci křivky  $\gamma$ , při níž se jeví při pohledu shora jako kladně orientovaná vzhledem k ploše, kterou ohraničuje.

3. Pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty vypočtete integrál

$$\iint_S z \sin y dy dz + x \cos z dx dz + 3xz dx dy,$$

kde  $S$  je plocha čtyřstěnu ohraničeného rovinami  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  a  $3x + y + 2z = 6$ .

## Diferenciální rovnice

1. Řešte rovnici

$$y' = \frac{3x + y + 2}{x + 3y + 2}.$$

2. Řešte rovnici

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}}$$

3. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}x' &= x - y + 2z \\y' &= -x + 2y + z \\z' &= 2x + y - z\end{aligned}$$

## Funkce komplexní proměnné

1. Vypočtěte integrál

$$\int_{\gamma} \frac{z + 4}{(z^2 - 4)(z^2 + 4)} dz,$$

je-li  $\gamma$  kružnice o poloměru 1 orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v bodě

(a)  $z = 2$ , (b)  $z = -2$ , (c)  $z = 2i$ , (d)  $z = -2i$ .

2. Najděte všechny Laurentovy řady funkce

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 4},$$

se středem v bodě  $z=2$ .

3. Pomocí reziduové věty vypočtěte integrál

$$\int_{\gamma} \frac{6z^2 - 4z + 1}{(2z + 1)(z^2 + 1/4)},$$

je-li  $\gamma$  jednotková kružnice orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v počátku.