

# VYBRANÉ PARTIE Z MATEMATICKÉ ANALÝZY

Kombinované studium - zápočtové příklady

Letní semestr 2002

## Křivkové a plošné integrály

1. Vypočtete křivkový integrál

$$\int_{\gamma} xydx + (x - y)dy,$$

kde  $\gamma$  je tvořena obloukem paraboly o rovnici  $x = y^2$  spojující body  $A = [4, -2]$ ,  $B = [9, 3]$  a úsečkou spojující stejné body. Orientaci křivky  $\gamma$  si zvolte.

2. Pomocí Stokesovy věty vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} yzdx + xydy + 2yzdz,$$

kde  $\gamma$  je hranice roviny  $3x + 6y + 4z = 12$  v prvním oktantu. Uvažujte orientaci křivky  $\gamma$ , při níž se jeví při pohledu shora jako kladně orientovaná vzhledem k ploše, kterou ohraničuje.

3. Pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty vypočtete integrál

$$\iint_S ytgzdydz + 2xzdx dz + xz^2dxdy,$$

kde  $S$  je plocha čtyřstěnu ohraničeného rovinami  $x = 1$ ,  $y = 1$ ,  $z = 1$  a  $3x + 2y + z = 6$ .

## Diferenciální rovnice

1. Řešte rovnici

$$y' = \frac{x + y + 3}{x - y - 1}.$$

2. Řešte rovnici

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}.$$

3. Řešte soustavu rovnic

$$x' = 4x + 3y + z$$

$$y' = 3x + y + 4z$$

$$z' = x + 4y + 3z$$

## Funkce komplexní proměnné

1. Vypočtěte integrál

$$\int_{\gamma} \frac{z^2 + 1}{z^4 + 1},$$

je-li  $\gamma$  kružnice o poloměru 1 orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v bodě

(a)  $z = 1$ , (b)  $z = -1$ , (c)  $z = i$ , (d)  $z = -i$ .

2. Najděte všechny Laurentovy řady funkce

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+2)},$$

se středem v bodě  $z=1$ .

3. Pomocí reziduové věty vypočtěte integrál

$$\int_{\gamma} \frac{z^2 + 5}{z^3 + 5z^2 + 6z},$$

je-li  $\gamma$  jednotková kružnice orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v počátku.