

VYBRANÉ PARTIE Z MATEMATICKÉ ANALÝZY
Kombinované studium - zápočtové příklady
Letní semestr 2002

Křivkové a plošné integrály

1. Vypočtete křivkový integrál

$$\int_{\gamma} xydx + (x - y)dy,$$

kde γ je tvořena obloukem paraboly o rovnici $x = y^2$ spojující body $A = [4, -2]$, $B = [1, 1]$ a úsečkou spojující stejné body. Orientaci křivky γ si zvolte.

2. Pomocí Stokesovy věty vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} 2xzdx + xzdy + 3yzdz,$$

kde γ je hranice roviny $3x + 2y + z = 6$ v prvním oktantu. Uvažujte orientaci křivky γ , při níž se jeví při pohledu shora jako kladně orientovaná vzhledem k ploše, kterou ohraničuje.

3. Pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty vypočtete integrál

$$\iint_S xydydz + xcoszdx dz + 2yzdxdy,$$

kde S je plocha čtyřstěnu ohraničeného rovinami $x = 0$, $y = 1$, $z = 0$ a $4x + 2y + z = 8$.

Diferenciální rovnice

1. Řešte rovnici

$$y' = \frac{x - 2y + 9}{3x - 6y + 19}.$$

2. Řešte rovnici

$$y'' + y = \frac{1}{\sin x}.$$

3. Řešte soustavu rovnic

$$x' = x + 2y + 3z$$

$$y' = 2x + 3y + z$$

$$z' = 3x + y + 2z$$

Funkce komplexní proměnné

1. Vypočtěte integrál

$$\int_{\gamma} \frac{z+2}{(z^2-1)(z+4)} dz,$$

je-li γ kružnice o poloměru 1 orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v bodě

(a) $z = 3.5$, (b) $z = i$, (c) $z = -1$, (d) $z = -1/2$.

2. Najděte všechny Laurentovy řady funkce

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+3)},$$

se středem v bodě $z=1$.

3. Pomocí reziduové věty vypočtěte integrál

$$\int_{\gamma} \frac{z^5 - 3z^3 + 1}{(2z+1)(z^2+1/4)},$$

je-li γ jednotková kružnice orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v počátku.