

VYBRANÉ PARTIE Z MATEMATICKÉ ANALÝZY
Kombinované studium - zápočtové příklady
Letní semestr 2002

Křivkové a plošné integrály

1. Vypočtete křivkový integrál

$$\int_{\gamma} (x + y)dx + xydy,$$

kde γ je tvořena obloukem paraboly o rovnici $x = y^2$ spojující body $A = [9, -3]$, $B = [1, 1]$ a úsečkou spojující stejné body. Orientaci křivky γ si zvolte.

2. Pomocí Stokesovy věty vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} 3yzdx + 4xydy + 2yzdz,$$

kde γ je hranice roviny $4x + 2y + 3z = 12$ v prvním oktantu. Uvažujte orientaci křivky γ , při níž se jeví při pohledu shora jako kladně orientovaná vzhledem k ploše, kterou ohraničuje.

3. Pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty vypočtete integrál

$$\iiint_S 2xydydz + xtgzdx dz + lnx dx dy,$$

kde S je plocha čtyřstěnu ohraničeného rovinami $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ a $3x + 4y + 2z = 12$.

Diferenciální rovnice

1. Řešte rovnici

$$y' = \frac{2x + y + 3}{2x + 3y + 1}.$$

2. Řešte rovnici

$$y'' - 7y' + 12y = 5$$

3. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}x' &= -2x + y + 2z \\y' &= x + 2y - 2z \\z' &= 2x - 2y + z\end{aligned}$$

Funkce komplexní proměnné

1. Vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} \frac{z + 5}{(z - 1)(z + 2)(z + 1)},$$

je-li γ kružnice o poloměru 1 orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v bodě

(a) $z = 1$, (b) $z = -1$, (c) $z = i$, (d) $z = -2$.

2. Najděte všechny Laurentovy řady funkce

$$f(z) = \frac{1}{(z - 1)(z + 2)},$$

se středem v bodě $z = -2$.

3. Pomocí reziduové věty vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} \frac{(z + 1)^2}{(2z^2 - 1)(2z^2 + 1)} (z - 1)(3z^2 + 1),$$

je-li γ jednotková kružnice orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v počátku.