

VYBRANÉ PARTIE Z MATEMATICKÉ ANALÝZY

Kombinované studium - zápočtové příklady

Letní semestr 2002

Křivkové a plošné integrály

1. Vypočtete křivkový integrál

$$\int_{\gamma} (x + y)dx + xydy,$$

kde γ je tvořena obloukem paraboly o rovnici $x = y^2$ spojující body $A = [9, -3]$, $B = [4, 2]$ a úsečkou spojující stejné body. Orientaci křivky γ si zvolte.

2. Pomocí Stokesovy věty vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} 2xzdx + 3xzd y + 4yzdz,$$

kde γ je hranice roviny $3x + 4y + 2z = 12$ v prvním oktantu. Uvažujte orientaci křivky γ , při níž se jeví při pohledu shora jako kladně orientovaná vzhledem k ploše, kterou ohraničuje.

3. Pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty vypočtete integrál

$$\iiint_S 2xydydz + xtgzdx dz + lnx dx dy,$$

kde S je plocha čtyřstěnu ohraničeného rovinami $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ a $2x + 3y + 4z = 12$.

Diferenciální rovnice

1. Řešte rovnici

$$y' = \frac{3x + 2y + 1}{x + 2y + 3}.$$

2. Řešte rovnici

$$y'' - 2y' + y = x - 2e^x$$

3. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}x' &= 2x - y + z \\y' &= -x + y + 2z \\z' &= x + 2y - z\end{aligned}$$

Funkce komplexní proměnné

1. Vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} \frac{z}{(z+1)(z-2)(z+2)},$$

je-li γ kružnice o poloměru 1 orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v bodě

(a) $z = 1$, (b) $z = 2$, (c) $z = -2$, (d) $z = i$.

2. Najděte všechny Laurentovy řady funkce

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 4},$$

se středem v bodě $z = -2$.

3. Pomocí reziduové věty vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} \frac{(z+2)^2}{(z-1/2)(1+4z^2)},$$

je-li γ jednotková kružnice orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v počátku.