Vybrané partie z matematické analýzy I. - vázané extrémy funkcí více proměnných

12. prosince 2012

1. Najděte body, v nichž následující funkce f s danou vazbou nabývají lokálních vázaných extrémů.

   (a) $f(x,y) = xy - x + y - 1$, vazba $x + y = 1$
   (b) $f(x,y) = \ln(xy)$, vazba $x^2 + y^2 = 2$
   (c) $f(x,y) = 6x + 6y$, vazba $x^3 + y^3 = 16$

   Výsledky:

   (a) P=$[-1/2, 3/2]$ bod vázaného lokálního maxima
   (b) P=$[1,1]$, $Q = [-1,-1]$ body vázaných lokálních maxim
   (c) P=$[2,2]$ bod vázaného lokálního maxima

2. Určete rozměry kvádru tak, aby součet délek všech jeho dvanácti hran byl 96cm a jeho objem byl co největší.

   Výsledek: $8 \times 8 \times 8$

3. Určete rozměry otevřené nádrže tvaru kvádru tak, aby při daném povrchu $P = 108\text{cm}^2$ měla co největší objem.

   Výsledek: $6 \times 6 \times 3$

4. Určete rozměry válce tak, aby jeho objem byl co největší, a jeho povrch byl $6\pi\text{dm}^2$.

   Výsledek: $r = 1\text{dm}, v = 2\text{dm}$

5. Najděte absolutní extrémy dané funkce f v oblasti Ω:

   (a) $f(x,y) = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$, Ω je oblast ohraničená křivkami $y = x^2, y = 4$.
   (b) $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1$, Ω je trojúhelník s vrcholy $A = [0,0]$, $B = [3,0], C = [0,5]$.

   Výsledky:

   (a) $\max_\Omega f = 32$ v bodě $[-2,4]$, $\min_\Omega f = 0$ v bodě $[0,0]$
   (b) $\max_\Omega f = 6$ v bodě $[0,5]$, $\min_\Omega f = -4$ v bodě $[1,2]$