A, Spočtěte diferenciál dané funkce v daném bodě:

1, $f(x,y) = x^m y^n$ v obecném bodě

2, $f(x,y) = \ln\sqrt{x^2+y^2}$ v obecném bodě

3, $f(x,y) = \dfrac{z}{x^2+y^2}$ v obecném bodě

4, $f(x,y,z) = xy + yz + zx$ v obecném bodě

5, $f(x,y,z) = \left(\dfrac{x}{y}\right)^{\frac{1}{z}}$ v bodě $(1,1,1)$

VÝSLEDKY: 1, $df = x^{m-1}\, y^{n-1}\,(my\,dx + nx\,dy)$

2, $df = \dfrac{x\,dx + y\,dy}{x^2+y^2}$

3, $df = \dfrac{(x^2+y^2)\,dz - 2z\,(x\,dx + y\,dy)}{(x^2+y^2)^2}$

4, $df = (y+z)\,dx + (z+x)\,dy + (x+y)\,dz$

5, $df(1,1,1) = dx - dy$

B, Pomocí diferenciálu 1. řádu spočtěte přibližně

1, $\operatorname{arctg} \dfrac{1{,}02}{0{,}95}$

2, $\arcsin \dfrac{0{,}48}{1{,}05}$

3, $\sqrt{(1{,}02)^3 + (1{,}97)^3}$

4, $\ln(0{,}97^2 + 0{,}05^2)$

5, $\dfrac{(1{,}03)^2}{\sqrt[3]{0{,}98 \cdot (1{,}05)^4}}$

6, $e^{0{,}05^3 - 0{,}02}$

VÝSLEDKY: Ověřte užitím kalkulačky

C, 1, O kolik se změní délka diagonály a obsah obdélníka o stranách délek $x = 6$ m a $y = 8$ m, jestliže se strana x zvětší o 2 mm a y zmenší o 5 mm?

VÝSLEDEK: úhlopříčka se zmenší o přibližně 3 mm
plocha se zmenší přibližně o 140 cm^2.

D, Najděte rovnice tečné roviny a normály ke grafům následujících funkcí:

1, $f(x,y) = x^2 + y^2$ v bodě $(1,2,5)$

2, $f(x,y) = \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x}$ v bodě $(1,1,\frac{\pi}{4})$

⊛ 3, $f(x,y) = y + \ln\left(\dfrac{x}{z}\right)$ v bodě $(1,1,1)$ (ZATÍM NEŘEŠTE)

VÝSLEDKY: 1, $2x + 4y - z - 5 = 0$, n: $x = 1 + 2t$
$y = 2 + 4t$
$z = 5 - t$

2, $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y + z - \frac{\pi}{4} = 0$, n: $x = 1 + \frac{1}{2}t$
$y = 1 - \frac{1}{2}t$
$z = \frac{\pi}{4} + t$