

Vybrané partie z matematické analýzy I. - volné extrémy funkcí více proměnných

11. prosince 2012

Najděte body, v nichž mají následující funkce lokální extrémy.

1. $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z$
2. $f(x, y, z) = x + \frac{y^2}{4x} + \frac{z^2}{y} + \frac{2}{z}$ ($x > 0, y > 0, z > 0$)
3. $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$
4. $f(x, y) = xy \ln(x^2 + y^2)$

Výsledky:

1. $P = [-1, -2, 3]$ bod lokálního minima
2. $P = [1/2, 1, 1]$ bod lokálního minima
3. $P = [1, 1]$ bod lokálního minima, $Q = [0, 0]$ stacionární bod, v němž funkce lokální extrém nemá
4. stacionární body:

$$P_1 = [0, 1], P_2 = [0, -1], P_3 = [1/\sqrt{2e}, 1/\sqrt{2e}], P_4 = [-1/\sqrt{2e}, 1/\sqrt{2e}], P_5 = [1/\sqrt{2e}, -1/\sqrt{2e}],$$

$$P_6 = [-1/\sqrt{2e}, -1/\sqrt{2e}], P_7 = [1, 0], P_8 = [-1, 0].$$

Body P_3 a P_6 jsou body lokálního minima, body P_4 a P_5 jsou body lokálního maxima, extrém nenastává v bodech P_1, P_2, P_7, P_8 .