

# VYBRANÉ PARTIE Z MATEMATICKÉ ANALÝZY

Kombinované studium - zápočtové příklady

Letní semestr 2002

## Křivkové a plošné integrály

1. Vypočtete křivkový integrál

$$\int_{\gamma} (x + y)dx + xydy,$$

kde  $\gamma$  je tvořena obloukem paraboly o rovnici  $x = y^2$  spojující body  $A = [4, -2]$ ,  $B = [9, 3]$  a úsečkou spojující stejné body. Orientaci křivky  $\gamma$  si zvolte.

2. Pomocí Stokesovy věty vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} 4yzdx + 2xydy + 3yzdz,$$

kde  $\gamma$  je hranice roviny  $2x + 3y + 4z = 12$  v prvním oktantu. Uvažujte orientaci křivky  $\gamma$ , při níž se jeví při pohledu shora jako kladně orientovaná vzhledem k ploše, kterou ohraničuje.

3. Pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty vypočtete integrál

$$\iint_S 2xydydz + xtgzdx dz + lnx dx dy,$$

kde  $S$  je plocha čtyřstěnu ohraničeného rovinami  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  a  $4x + 2y + 3z = 12$ .

## Diferenciální rovnice

1. Řešte rovnici

$$y' = \frac{x + 3y + 2}{3x + y + 2}.$$

2. Řešte rovnici

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}.$$

3. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}x' &= 2x + y - 2z \\y' &= x - 2y + 2z \\z' &= -2x + 2y + z\end{aligned}$$

## Funkce komplexní proměnné

1. Vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} \frac{z+3}{(z-2)(z+3)(z-2)},$$

je-li  $\gamma$  kružnice o poloměru 1 orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v bodě

(a)  $z = -3$ , (b)  $z = 2$ , (c)  $z = i$ , (d)  $z = -2$ .

2. Najděte všechny Laurentovy řady funkce

$$f(z) = \frac{1}{(z+1)(z-2)},$$

se středem v bodě  $z=2$ .

3. Pomocí reziduové věty vypočtete integrál

$$\int_{\gamma} \frac{z^2 + 5}{(2z^2 - 1)(2z^2 + 1)},$$

je-li  $\gamma$  jednotková kružnice orientovaná proti směru pohybu hodinových ručiček se středem v počátku.