

Důležité tautologie

Tyto tautologie budeme často používat, je proto dobré se je naučit z paměti.

$$p \Leftrightarrow \neg(\neg p) \quad (1)$$

$$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p) \quad (2)$$

$$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p) \quad (3)$$

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow p) \quad (4)$$

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \quad (5)$$

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \quad (6)$$

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \quad (7)$$

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p) \quad (8)$$

$$\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \quad (9)$$

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) \quad (10)$$

$$((p \wedge q) \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r)) \quad (11)$$

$$((p \vee q) \vee r) \Leftrightarrow (p \vee (q \vee r)) \quad (12)$$

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)) \quad (13)$$

$$((p \wedge q) \vee r) \Leftrightarrow ((p \vee r) \wedge (q \vee r)) \quad (14)$$

$$((p \vee q) \wedge r) \Leftrightarrow ((p \wedge r) \vee (q \wedge r)) \quad (15)$$

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r) \quad (16)$$

Tautologie (2-4) jsou komutativity, tautologie (5-6) jsou DeMorganovy zákony, tautologie (8) je obměněná implikace, tautologie (11-13) jsou asociativity, tautologie (14-15) jsou distributivity a tautologie 16 je tranzitivita.