

Domácí úkol č. 3

Zadáno: 9. 5. 2014, odevzdat do: 30. 5. 2014.

1. Vypočtete následující neurčité integrály.

(a)

$$\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx$$

(b)

$$\int \cotg x \, dx$$

(c)

$$\int \frac{dx}{x \ln x \ln(\ln x)}$$

(d)

$$\int e^{3x} \sin(6x) \, dx$$

(e)

$$\int \frac{-3}{(2-x)(x^2+1)} dx$$

(f)

$$\int \cos^5 x \sin^3 x \, dx$$

(g)

$$\int \arcsin x \, dx$$

(h)

$$\int \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x + 3 \cos x + 2} dx$$

2. Vypočtete následující určité a nevlastní integrály.

(a)

$$\int_{1/e}^e |\ln x| \, dx$$

(b)

$$\int_0^2 f(x) \, dx,$$

kde

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in [0, 1] \\ 2-x & x \in (1, 2] \end{cases}$$

(c)

$$\int_0^3 \operatorname{sgn}(x - x^3) dx$$

(d)

$$\int_0^{\pi/2} \sin x \sin 2x dx$$

(e)

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$$

(f)

$$\int_0^1 x \ln x dx$$

3. Pomocí integrálu vypočítejte objem koule o poloměru 3 (se středem v počátku).
4. Pomocí integrálu odvoďte vzorec pro výpočet objemu kuželu.
5. Pomocí integrálu vypočítejte obsah obrazce ohraničeného křivkami $y^2 = x$ a $y - x + 2 = 0$.
6. Pomocí integrálu odvoďte vzorec pro výpočet obsahu elipsy dané rovnicí $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.
7. Pomocí integrálu vypočítejte délku astroidy dané rovnicí $x^{2/3} + y^{2/3} = 4$.
8. Pomocí integrálu vypočítejte obsah pláště válce o poloměru (podstavy) 2 a výšce 4.

Všechny úlohy (resp. podúlohy) jsou hodnoceny 1 bodem. Celkem lze tedy získat 20 bodů.