

Domácí úkol č. 2

Zadáno: 25. 4. 2014, odevzdat do: 16. 5. 2014.

1. Pomocí Taylorova (resp. Maclurinova) polynomu vypočtete přibližnou hodnotu Eulerova čísla e tak, aby se shodovala s jeho skutečnou hodnotou ($2,71828\dots$) alespoň ve třech desetinných místech. Jaký stupeň polynomu je k tomu třeba? (Tip: funkce $f(x) = e^x$, střed v 0.)
2. Nalezněte reálná čísla a a b taková, aby jejich součet byl 2 a jejich součin byl co největší.
3. Vyšetřete průběh následujících funkcí: (6 fci)
 - (a) $f(x) = (x+1)^2(x-3)^2$
 - (b) $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$
 - (c) $f(x) = \frac{x^2-4x+4}{x+1}$
 - (d) $f(x) = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$
 - (e) $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$
 - (f) $f(x) = \sqrt{8x^2 - x^4}$
4. Předpokládejme, že jste šikovný strýček. Váš synovec za vámi přijde s následujícím úkolem: chtěl by z obdélníkového kartonového archu o rozměrech 50×30 cm udělat krabici bez víka s co možná největším objemem. Vaším úkolem je tedy zjistit, jak moc je třeba vyříznout, aby vytvořená krabice měla co nejmenší objem.
5. Na plotě, jehož výška je 1 metr sedí vrabec. Ve vzdálenosti 15 metrů od plotu roste strom, který má větev ve výšce 3 metry. Na zemi mezi plotem a stromem jsou hustě rozesety žízaly. V jaké vzdálenosti od plotu má vrabec sezobnout žízalu, aby proletěl trasu plot-žízala-větev po přímkách a po nejkratší dráze?
6. Předpokládejme, že jste konstruktér firmy PEPSI a dostanete následující úkol: musíte navrhnout válcovou plechovku takovou, aby do ní vešlo přesně $250\pi \text{ cm}^3$ tekutiny a přitom aby se na ni spotřebovalo co nejméně materiálu. Tedy aby měla co nejmenší povrch.

Úlohy 1 a 2 jsou hodnoceny 1 bodem. Ostatní úlohy 2 body. Celkem je tedy možné získat 20 bodů.