

Příklady k řešení (1. kolo)

Datum odevzdání 10. prosince 2004

1. Král napsal závěť ve prospěch své ženy, syna a nenarozeného dítěte. Nejstarší potomek získá vždy $1/2$ dědictví. Pokud se narodí syn, bude se s matkou dělit v poměru $1 : 2$. V případě narození dcery bude poměr mezi ní a matkou $3 : 1$. Po králově smrti se narodila dvojčata - chlapec a děvče.

Jak se má dědictví rozdělit?

2. Máša je o dva roky starší než Dáša. Máša má dvakrát tolik let, kolik bylo Dáší, když Máši bylo třikrát tolik, kolik bylo Dáší, když Máši bylo $\frac{1}{4}$ -krát tolik, kolik bude Dáší za šest let.

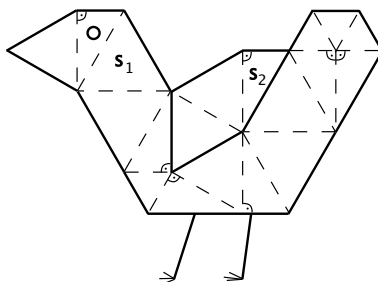
3. Najděte tři přirozená čísla x, y, z , která splňují obě následující podmínky:

- $x \cdot y \cdot z = 2004$,
- $x + y + z$ je číslo, které se čte stejně zleva doprava i zprava doleva.

4. Součet číslic šesticiferného telefonního čísla je menší než 20. Všechny cifry jsou různé. Cifry jsou v čísle seřazeny sestupně, až na poslední cifru, která je ze všech číslic největší. Existuje následující vztah mezi dvojicemi cifer: První dvojice číslic je dělitelná poslední dvojicí tak, že výsledkem je součet prvních dvou cifer. Prostřední dvojice číslic je dělitelná poslední dvojicí tak, že výsledkem je součet prostředních dvou cifer. Jaké je tedy dané telefonní číslo?

5. Král přijal do služby pastýře a slíbil mu za rok služby 4 ovce a 4 kozy. Pastýř však vydržel ve službě pouze 8 měsíců. Spravedlivý král mu dal 4 ovce a 2 kozy. Kolik stojí ovce, pokud koza stojí 8 grošů?

6. Určete obsah "KOSA", který je tvořen kombinací rovnostranných trojúhelníků a pravoúhlého trojúhelníku. (Pravý úhel je vždy vyznačen.) Známe obsahy S_1 a S_2 vyznačené na obrázku.



Příklady k řešení (2. kolo)

Datum odevzdání 4. února 2005

1. Oddíl táborníků se potřebuje dopravit do svého stanového tábora, který se nachází na druhém břehu řeky. Mají k dispozici pouze jeden člun, kterým mohou převážet pouze dva lidi, nebo jednoho člověka a dva batohy. Předpokládejme, že každý táborník má právě jeden batoh. Kolik je v oddílu táborníků, pokud člun přejede z jednoho břehu řeky na druhý patnáctkrát, jestliže využívají maximální kapacitu člunu?

2. Paní Nováková má v šatníku sukně, kalhoty, šaty a košile. Počet šatů je 3-krát menší než počet sukní a kalhot dohromady, počet košil je stejný jako počet kalhot, počet šatů a košil dohromady je 15 a víme, že sukní má 5. Kolika možnými způsoby se může paní Nováková obléci do práce? (Samozřejmě předpokládáme, že si nemůže obléknout šaty a jiný druh oblečení nebo například kalhoty a zároveň sukní).

3. Dan má sestru Marii a bratra Jiřího. Jiřího dědeček Martin má pouze 2 syny. Mariina maminka Julie má 2 švagrové, jednoho švagra a dohromady čtyři synovce a neteře. Juliin bratr Milan má pouze jedno dítě. Kolik má dědeček Martin dohromady vnuků?

4. V dědictví jednoho milionáře byl klíč od tajné místnosti. V ní bylo šest trezorů. Na každém z trezorů je 6 číselných zámků, každý zámek má 6 kruhů a na každém kruhu jsou čísla od 1 do 6. Bohužel nikdo nezná tajný kód pro otevření těchto trezorů. Pozůstalí se však rozhodli, že vyzkouší všechny číselné kombinace a pokusí se trezory otevřít. Pokud předpokládáme, že za 1 minutu stihnou vyzkoušet 27 kombinací, je jisté, že se za jeden měsíc dostanou ke svému dědictví? (Uvažujeme měsíc s 30 dny.)

5. Uvažujme kostku, jejíž každou stěnu rozdělíme na čtyři shodné čtverce. Tyto čtverce očísľujte čísly 1 – 9 tak, aby součet všech čísel na kostce byl roven 100. Přičemž musí platit, že čtverce se stejnými čísly se nesmí dotýkat. Zároveň požadujeme, aby součet čísel na každé stěně byl dělitelný pěti a součet čísel u každého z vrcholů kostky bylo liché číslo. Dále musí platit, že na každé stěně jsou alespoň dvě prvočísla. Řešení znázorněte na plášti kostky.

6. Anička a Maruška počítaly 1, 2, 3, 4, 5, ... až do čísla x , u kterého počítat přestaly. Střídaly se. Anička vždy říkala lichá čísla a Maruška sudá. Určete všechny možnosti x , víme-li, že rozdíl součtu čísel, která řekla Anička, a součtu čísel, která řekla Maruška je o 37 menší, než rozdíl těchto součtů v případě, že by počítaly až do čísla $2x$.

Příklady k řešení (3. kolo)

Datum odevzdání 22. dubna 2005

1. Před zahájením tenisového turnaje si všichni účastníci vzájemně potřásli rukou. Počet stisků rukou byl 496. Turnaj se hrál systémem "play-off", tedy vítěz postupuje, poražený v turnaji končí. Kolik zápasů odehrál vítěz?

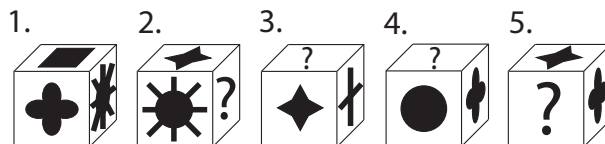
2. Petr, Jarda a Eliška šli nakoupit. Víme, že právě dva z nich koupili jablka, právě dva z nich pomeranče, právě dva z nich jahody a právě dva z nich banány. Žádný z nich nekoupil víc než 3 druhy ovoce. Jestliže Petr koupil jablka, pak koupil banány. Jestliže Jarda, stejně tak i Eliška, koupil pomeranče, pak koupil i jahody. Jestliže Eliška, stejně jako Petr, koupila banány, pak koupila jahody. Kdo z nich nekoupil banány?

3. Každé písmeno zastupuje určitou číslici tak, aby platil následující vztah:

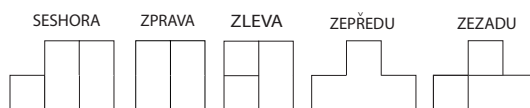
$$\begin{array}{r} \text{ISOK} \\ \text{SOK} \\ \text{OK} \\ \text{K} \\ \hline 8888 \end{array}$$

Jaké číslo představuje KOS?

4. Na obrázku je znázorněna jedna kostka z pěti různých pohledů. Na obrázcích 2.-5. doplňte příslušné symboly místo otazníků.



5. Na obrázku vidíme několik pohledů na tentýž útvar. Čára označuje kolmou stěnu. Dokreslete 6. pohled a určete, z kolika kostek je útvar složen.



6. Na stromě sedí 5 vrabců, 6 špačků a 3 kosi. Honzík po nich střílí prakem. Průměrně každá čtvrtá střela trefí nějakého ptáka. Jaká je pravděpodobnost, že hned napoprvé trefí kosa?