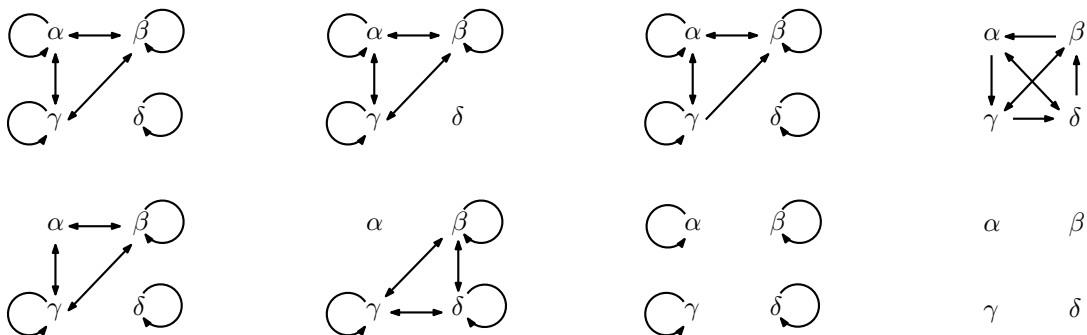


Matematická analýza I – 2. cvičení

Množiny, relace:

1. Jsou dány množiny $A = \{\star, \Delta, \bigcirc, \dagger\}$, $B = \{\star, \bigcirc, \heartsuit\}$ a $C = \{\Delta, \dagger\}$.
 - (a) Určete $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \setminus C$, $C \setminus A$.
 - (b) Vysvětlete, proč $C \subset A$ a určete C'_A .
 - (c) Zapište výčtem prvků množinu $B \times C$ a množinu $C \times B$.
 - (d) Načrtněte uzlový graf relace $\sim = \{[\star, \Delta], [\star, \dagger], [\heartsuit, \dagger]\} \subset B \times C$. Vysvětlete zápisy $\star \sim \Delta$ a $\bigcirc \not\sim \dagger$.
2. Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení:
 - (a) $\clubsuit \in \{\heartsuit, \spadesuit, \clubsuit\}$ (b) $\{\heartsuit\} \subset \{\{\heartsuit\}, \spadesuit\}$ (c) $x \in \{z, \{x, y, z\}\}$ (d) $\emptyset \in \{1, 2, \emptyset, \heartsuit\}$
 - (e) $\emptyset \subset \{a, b, c, d\}$ (f) $\{\emptyset\} \subset \{1, 2, \emptyset, \heartsuit\}$ (g) $\{a\} \cap \{\{a\}\} = a$ (h) $\{\emptyset\} \cap \{\{\emptyset\}\} = \emptyset$
3. Graficky znázorněte množinu $((-1; 2) \cup \{3\}) \times \langle 0; 3 \rangle \subset \mathbb{R}^2$.
4. Dokažte, že pro každé tři množiny A, B, C platí
 - (a) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$,
 - (b) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$
5. Je dána základní množina Z a její podmnožiny A, B . Dokažte, že $(A \cap B)'_Z = A'_Z \cup B'_Z$.
6. Je dána množina $\{0, 1\}$.
 - (a) Zapište výčtem prvků systém všech jejích podmnožin. Označte tento systém τ .
 - (b) Dokažte, že pro každé dva prvky x, y systému τ platí $x \cup y \in \tau$ a $x \cap y \in \tau$.
7. Jsou dány množiny $A = \{a_1, a_2, a_3\}$, $B = \{b_1, b_2\}$ a $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$. Dále je dána relace $\rho = \{[a_1, b_1], [a_2, b_1], [a_3, b_1]\} \subset A \times B$ a relace $\sigma = \{[b_1, c_2], [b_1, c_4], [b_2, c_3]\} \subset B \times C$. Načrtněte vhodný uzlový graf a zapište výčtem prvků:
 - (a) relace ρ^{-1} a σ^{-1} ,
 - (b) relace $\sigma \circ \rho$ a $\rho \circ \sigma$,
 - (c) relace $\rho^{-1} \circ \sigma^{-1}$ a $\sigma^{-1} \circ \rho^{-1}$.
8. Na množině $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ jsou zadány relace svými uzlovými grafy, viz obrázky. Ve všech případech určete, zda je daná relace reflexivní, symetrická, tranzitivní, antisymetrická. Je některá z nich ekvivalence? Je některá z nich uspořádání?



9. Na množině \mathbb{N} je dána relace ρ předpisem $a \rho b \Leftrightarrow a$ je násobkem b . Určete, zda se jedná o ekvivalenci resp. uspořádání.